

Resuelve las ecuaciones de primer grado indicadas, leyendo y comprendiendo primero cada ejemplo.

Ejemplo 1: ecuaciones sin paréntesis ni denominadores

$$5x + 3 - 4 + 6x = 3x - 9 - 2x + 3$$

- 1) Se transponen los términos dejando los términos con x en un lado y los términos independientes en otro (si cambia de lado, cambia de signo):

$$5x + 6x - 3x + 2x = -3 + 4 - 9 + 3$$

- 2) Se operan los términos semejantes:

$$10x = -5$$

- 3) Se despeja la incógnita (si está multiplicando pasa dividiendo y viceversa) y se simplifica si se puede:

$$x = \frac{-5}{10} \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

Ahora tú:

A) $6x + 6 = 4 + 8x$

C) $x + 4 + 4x = 12 - 3x + 4x$

B) $5x - 11 = 15x - 19$

D) $5x + 3 - 2x = 4x + 5$

Ejemplo 2: ecuaciones con paréntesis

$$2(x - 3) - (4 - 2x) = 3(5x + 7) - 7 + 3x$$

- 1) Se eliminan los paréntesis aplicando para ello la propiedad distributiva:

$$2x - 6 - 4 + 2x = 15x + 21 - 7 + 3x$$

- 2) Se repite el proceso del ejemplo 1. Empezamos transponiendo términos:

$$2x + 2x - 15x - 3x = 6 + 4 + 21 - 7$$

- 3) Se operan los términos semejantes:

$$-14x = 24$$

- 4) Se despeja la incógnita y se simplifica si se puede:

$$x = \frac{24}{-14} \Rightarrow x = \frac{-12}{7}$$

Ahora tú:

A) $4(x - 3) - (x + 1) = 2(x - 3)$

C) $5(x - 3) - 4(x - 1) = 2x - 3(x + 2)$

B) $3x + 5(12 - x) = -3x + 4 - 2(7 - 3x)$

D) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$

Ejemplo 3: ecuaciones con denominadores

$$\frac{-1}{2} \left(\frac{5+x}{3} \right) = \frac{1}{3} - \frac{5+4x}{2} + \frac{3x}{2}$$

- 1) Se eliminan los paréntesis si es que hay:

$$\frac{-5-x}{6} = \frac{1}{3} - \frac{5+4x}{2} + \frac{3x}{2}$$

- 2) Se halla el común denominador (m.c.m. de los denominadores) y se calculan fracciones equivalentes a las originales con el nuevo denominador:

$$\frac{1(-5-x)}{6} = \frac{2 \cdot 1}{6} - \frac{3(5+4x)}{6} + \frac{3 \cdot 3x}{6}$$

- 3) Se elimina el común denominador:

$$1(-5-x) = 2 \cdot 1 - 3(5+4x) + 3 \cdot 3x$$

- 4) Repetimos el proceso del ejemplo 2. Lo primero es eliminar paréntesis aplicando la propiedad distributiva:

$$-5-x = 2-15-12x+9x$$

- 5) Se transponen los términos:

$$-x+12x-9x = 5+2-15$$

- 6) Se reducen los términos semejantes:

$$-2x = -8$$

- 7) Se despeja la incógnita:

$$x = \frac{-8}{-2} \Rightarrow x = 4$$

Ahora tú:

A) $\frac{x+3}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{1-3x}{5}$

B) $\frac{x}{3} + 3 = \frac{x-10}{9} - \frac{1}{3}$

C) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+7}{10} = 2 - \frac{x-3}{5}$

D) $x - \frac{1+3x}{2} = 4 + \frac{x-2}{3}$

E) $\frac{x-5}{3} - \frac{2x-3}{12} = \frac{5-x}{4} - \frac{x}{3}$

F) $\frac{5}{2} \left(\frac{7+x}{3} \right) = \frac{1}{3} \left(5 - \frac{5x}{2} \right) + \frac{3x}{2}$

Realiza los siguientes problemas, leyendo y comprendiendo primero cada ejemplo.

Ejemplo 1: problemas de números

Calcula tres números sabiendo que el primero es 20 unidades menor que el segundo, el tercero es igual a la suma de los dos primeros, y que entre los tres suman 120.

Se trata de averiguar a cuál de los números le asigno la “ x ”. El primero depende del segundo, y el tercero depende del primero y del segundo, así que asigno la “ x ” al segundo. Y pienso en cómo escribir en lenguaje algebraico los otros dos números. La asignación es la siguiente:

Primer número: 20 unidades menor que el segundo $\rightarrow x - 20$

Segundo número: x

Tercer número: suma de los dos primeros $\rightarrow x - 20 + x$

Ahora puedo plantearme una ecuación que me permita resolver la “ x ” y con ello el problema. Para ello uso la frase del problema que dice: *entre los tres suman 120...*

$$x - 20 + x + x - 20 + x = 120$$

Resuelvo la ecuación:

$$4x - 40 = 120$$

$$4x = 120 + 40$$

$$4x = 160$$

$$x = \frac{160}{4} = 40$$

He resuelto la ecuación. Me queda resolver el problema. Vuelvo a las asignaciones que había hecho a los números y sustituyo el valor de “ x ” obtenido:

Primer número $\rightarrow x - 20 = 40 - 20 = 20$

Segundo número $\rightarrow x = 40$

Tercer número $\rightarrow x - 20 + x = 40 - 20 + 40 = 60$

Finalizo el problema diciendo que los números buscados son 20, 40 y 60.

Ahora tú:

- A) Halla dos números cuya suma es 204 y que cumplan que uno es 16 unidades menor que el otro.
- B) Dos números suman 36 y sabemos que uno de ellos es la quinta parte del otro. Hállalos.
- C) Se reparten 36 bombones entre tres niños. Al segundo le dan el doble que al primero y al tercero el triple que al primero. ¿Cuántos bombones dan a cada niño?
- D) En mi colegio, hay 36 chicos más que chicas. Si en total somos 624 alumnos, ¿cuántos chicos hay? ¿Y chicas?

Ejemplo 2: problemas de edades

La edad actual de Sergio es el doble que la de su hermana Raquel, pero hace 10 años la edad de Sergio era el triple que la de Raquel. ¿Cuántos años tienen actualmente cada uno?

Pienso otra vez a quién le asigno la “ x ”. Como Sergio tiene el doble de años que su hermana Raquel, asignamos “ x ” a la edad de Raquel, y Sergio tiene el doble, es decir, “ $2x$ ” años. Ahora pienso en la edad que tenían ambos hace 10 años, Raquel tenía “ $x - 10$ ” y Sergio “ $2x - 10$ ”. Estos datos son los que rellenan la tabla que hacemos en clase:

	Raquel	Sergio
Actualmente	x	$2x$
Hace 10 años	$x - 10$	$2x - 10$

Se trata de sacar ahora en la ecuación. Y para eso uso la frase del problema que dice: *pero hace 10 años la edad de Sergio era el triple que la de Raquel...*

$$2x - 10 = 3(x - 10)$$

Resuelvo la ecuación:

$$2x - 10 = 3x - 30$$

$$2x - 3x = 10 - 30$$

$$-x = -20$$

$$x = 20$$

Ahora sólo falta dar la solución al problema. Como a la edad de Raquel le había asignado “ x ” concluyo que Raquel tiene 20 años. Y Sergio tiene “ $2x$ ” años, es decir, 40 años.

Ahora tú:

- A) Un padre y un hijo se llevan 25 años. Dentro de 5 años, el hijo tendrá la mitad de años que su padre. ¿Qué edad tiene cada uno actualmente?
- B) La edad de una madre es cuatro veces mayor que la de su hijo. Dentro de cinco años, tendrá el triple de años que él. Hallar las edades actuales de ambos.
- C) Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?

Ejemplo 3: problemas de “cabezas y patas”

En una granja, entre gallinas y conejos, hay 20 cabezas y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?

Esta vez hay que asignar la “ x ” o bien a las gallinas o bien a los conejos, no importa a cuál. Sea “ x ” el número de gallinas de la granja. Entonces los conejos tienen que ser los restantes, y si hay 20 animales en total, los conejos deben ser “ $20 - x$ ”.

Ahora pienso en las patas de cada animal. Como las gallinas tienen dos patas, entonces las gallinas de la granja suman un total de “ $2x$ ” patas. Y los conejos tienen 4 patas, y por tanto los conejos de la granja suman un total de “ $4(20 - x)$ ” patas.

Estos datos son los que rellenan la tabla que hacemos en clase:

	Gallinas	Conejos
Cabezas	x	$20 - x$
Patas	$2x$	$4(20 - x)$

Ahora, para sacar la ecuación, uso el dato que dice que *en el total hay 52 patas...*

$$2x + 4(20 - x) = 52$$

Resuelvo la ecuación:

$$2x + 80 - 4x = 52$$

$$2x - 4x = 52 - 80$$

$$-2x = -28$$

$$x = \frac{-28}{-2} = 14$$

Ahora sólo falta dar la solución del problema. He obtenido “ $x = 14$ ”, y ése es el número de gallinas que hay en la granja. Para sacar el número de conejos calculo “ $20 - x = 20 - 14 = 6$ ”. Entonces hay 14 gallinas y 6 conejos en la granja.

Ahora tú:

- En un garaje hay coches y motos. Si hay en total 110 vehículos y 360 ruedas, ¿cuántas motos y coches hay?
- En un safari se han mezclado las avestruces con las jirafas. En total han contado 47 animales y 150 patas. ¿Cuántas avestruces y cuántas jirafas hay?
- Un test tiene 20 preguntas. Por cada acierto te suman 3 puntos pero por cada fallo te restan 2 puntos. Si una persona contestó a todas las preguntas y obtuvo 30 puntos, ¿cuántas preguntas acertó y cuántas falló?

Ejemplo 4: problemas de fracciones

El lunes se asfaltó la sexta parte de un camino. El martes se asfaltaron las tres quintas partes de lo que quedaba sin asfaltar y el miércoles se asfaltaron los últimos 600 m. ¿Cuántos metros tiene el camino en total?

En la pregunta me dicen qué es la “ x ”, es la longitud total del camino. El primer día asfaltan *la sexta parte del camino*, esto es “ $\frac{x}{6}$ ”. El segundo día asfaltan *las tres quintas partes de lo que quedaba sin asfaltar*, por lo que primero debo conocer qué es lo que queda sin asfaltar, y eso es quitarle al total del camino lo que ya ha sido asfaltado: “ $x - \frac{x}{6}$ ”. Entonces el segundo día asfaltan $\frac{3}{5} \left(x - \frac{x}{6} \right)$. El último día 600 m.

Ahora que ya tengo claro qué es cada parte del camino, me planteo la ecuación, y para ello pienso que lo asfaltado el lunes con lo asfaltado el martes y con lo asfaltado el miércoles me debe dar el total, ya el miércoles se asfaltó los últimos 600 m y quedó todo completamente asfaltado. Mi ecuación es:

$$\frac{x}{6} + \frac{3}{5} \left(x - \frac{x}{6} \right) + 600 = x$$

Resuelvo la ecuación:

$$\frac{x}{6} + \frac{3x}{5} - \frac{3x}{30} + 600 = x$$

$$\frac{5x}{30} + \frac{18x}{30} - \frac{3x}{30} + \frac{18000}{30} = \frac{30x}{30}$$

$$5x + 18x - 3x + 18000 = 30x$$

$$18000 = 30x - 5x - 18x + 3x$$

$$18000 = 10x$$

$$x = \frac{18000}{10} = 1800$$

Por tanto, el camino tiene una longitud de 1800 m.

Ahora tú:

- De un depósito se extraen primero los dos séptimos de su contenido y después un tercio de lo que quedaba. Si quedan todavía 100 litros, ¿cuál es la capacidad total del depósito?
- Un hombre gastó un quinto del dinero que tenía en ropa y tres octavos del dinero que tenía en libros. Además prestó 102 € a un amigo y se quedó sin nada. ¿Cuánto gastó en ropa y en libros?
- Lleno el depósito de gasolina de mi coche el domingo. El lunes gasto dos tercios del depósito, el martes gasto dos quintos de lo que quedaba y el miércoles gasto 300 litros. Me queda un décimo del depósito para el jueves. Averigua la capacidad del depósito de gasolina de mi coche.

Y además:

- Calcula las dimensiones de un rectángulo de perímetro 72 m sabiendo que el largo mide 8 m más que el ancho.
- Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo largo es el triple que el ancho y cuyo perímetro es 80 cm.